

名師學院升大系列數學科 (乙) _104 指考命中率比對

一、整體試題分析

本次數學科 (乙) 指考題型與以往相比有所差異，題幹普遍較長，如能有效率地理解題意，將會是今年考試得分關鍵之一，就解題難度來說屬於難易適中且不需要龐大的計算量，主要透過觀念、分析題意、佐以少量計算，就可以找出正確選項，僅有少數幾題除了需要清楚的觀念，還需要耐心計算。只要是看過名師學院升大系列課程的同學，一定都曉得名師學院教材最重視的就是「以掌握觀念的方式來學習數學」，因此相信同學只要觀念清楚，並輔以細心地計算，在這次考試中要得到高分並非難事。

在此次數乙指考試題的題型分布上，數與量有 1 題，代數有 3 題、機率與統計各 2 題，平面向量與線性規劃各 1 題、極限 1 題、矩陣 1 題。線性規劃已經連續六年以上出現在考題中，這類題型僅需將可行解區域畫出並耐心計算即可輕鬆拿分，更是同學必得分題型之一。機率與統計在試卷題型中仍佔有相當大的比例，除了基本求解機率、相鄰排列的計算、檢視同學對於樣本空間與事件觀念上的理解，本次考試還出了一題較需要時間閱讀的圖表分析，在閱讀文字上，必須確實明白題中敘述的意思，才能正確答出合乎題意的答案；由於機率與統計較接近生活上的應用，此類問題常伴隨著對於實境的敘述，考驗同學的閱讀理解能力。代數、數與量以及平面向量則是測試同學對於函數圖形、指對數函數等基本常見函數的熟悉程度、矩陣基本運算、以及對向量基本性質的運用，其中此次又出現 1 題考極限概念，與過往的考題相比，屬於鮮少出現的題型，在去年及今年紛紛出現在考題中，雖然該題為基本題型，但對於極限基本觀念必須熟讀且計算細心，才不會造成失分的可能。

由於名師學院教材多年來不斷針對大考命題方針進行教材研發，因此今年亦如往常，精準命中許多指考題目。非選第 2 題完全命中！利用線性規劃中的目標函數，配合畫出函數圖形就可解出答案；單選第 1 題為相鄰邊的基本排列題型；多選第 3 題為機率排容原理的基本應用；多選第 4 題為指對數的運算基本應用；多選第 5 題則是矩陣運算的應用題型；多選第 6 題則是餘式定理的應用；選填第 A 題則是基本的函數圖形的問題；選填第 B 題為向量的內積基本應用，以上考題在名師學院升大系列課程中都可找到非常類似的題型。相信平時認真研讀名師學院升大系列課程的同學對於這些題目一定感到不陌生。

本次指考題目著重觀念及其計算的技巧，上述觀念在名師學院升大系列課程都有詳盡的介紹。綜合以上分析可知，名師學院升大系列課程一向強調紮實的基本觀念與靈活運用觀念的學習方向，與指考命題方向一致幾乎是不辯自明。因此同學只要能夠按部就班的使用名師學院的教材，要考取高分絕對沒問題！

其餘精采的比對結果，請參考以下列表，有更完整的內容呈現哦！

二、試題比對

1.

104 指考
非選第二題

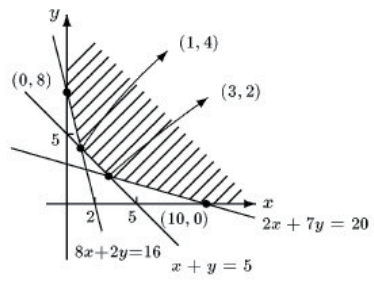
二、某航空公司因機械故障而停飛，致使平安旅行社原來預定搭此航空公司班機返台的 25 位旅客，被迫滯留在當地。領隊經詢問後得知，另外三家航空公司飛往台灣近期的機位已滿，都必須等待，當時有三種方案可以將旅客送回台灣如下表（表中的數據是以每人為單位）。例如 A 方案，旅行社必須負擔每人 4500 元的食宿費加上 400 元的轉機價差。


方案	食宿費	轉機價差	返台所需等待時間
A 轉搭甲航空公司的班機	4500 元	400 元	3 天
B 轉搭乙航空公司的班機	5500 元	200 元	4 天
C 轉搭丙航空公司的班機	8000 元	0 元	6 天

註：轉機價差是指「轉搭其他航空公司的班機」所需補的票價差額。

領隊向旅行社報告後，旅行社同意領隊可以使用下列經費來解決此事件：食宿費總共最多 150000 元，轉搭其他航空公司班機的轉機價差總共最多 8000 元。試問在經費允許的條件下，要如何分配採用 A、B、C 這三種方案的人數，才能使全部旅客返回台灣所用的等待總人天數最少？所謂等待總人天數是採用各方案的人數乘以等待的天數之總和，例如：若採用 A、B、C 方案的人數分別為 8、10、7 人，則等待總人天數為 $8 \times 3 + 10 \times 4 + 7 \times 6 = 106$ （人天）。如果領隊規劃 x 人轉搭甲航空公司的班機、 y 人轉搭乙航空公司的班機，其餘的旅客轉搭丙航空公司的班機，由下列步驟，求出全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。(4 分)
- (2) 求可行解區域的所有頂點的坐標。(4 分)
- (3) 求全部旅客返回台灣所用的最少等待總人天數。(4 分)

<p>名師學院 升大系列</p> <p>高中二年級 數學(上) 講義第 87 頁</p>	<p>高中二年級數學(上) 第二章 第 2 節 主題 3 觀念一 規劃流程 範例一</p> <p>設有甲、乙兩紙廠生產三種紙類, 甲廠機器每運轉一日可同時生產 8 噸 A 級紙, 1 噸 B 級紙, 2 噸 C 級紙, 而乙廠機器每運轉一日可同時生產 2 噸 A 級紙, 1 噸 B 級紙, 7 噸 C 級紙, 且知甲廠運轉一日需費一萬元, 乙廠運轉一日需費二萬元。今有一訂貨單需 A 級紙 16 噸, B 級紙 5 噸, C 級紙 20 噸, 問應如何運轉此兩紙廠, 才能使工廠總開銷最低?</p> <p>答 甲廠運轉 3 日, 乙廠運轉 2 日</p> <p>解</p> <table border="1" data-bbox="422 436 997 571"> <thead> <tr> <th colspan="3">甲廠機器</th> <th colspan="3">乙廠機器</th> </tr> <tr> <th>A 級紙</th> <th>B 級紙</th> <th>C 級紙</th> <th>A 級紙</th> <th>B 級紙</th> <th>C 級紙</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8 噸</td> <td>1 噸</td> <td>2 噸</td> <td>2 噸</td> <td>1 噸</td> <td>8 噸</td> </tr> <tr> <td colspan="3">一萬元/日</td> <td colspan="3">二萬元/日</td> </tr> </tbody> </table> <p>設甲運轉 x 日, 乙運轉 y 日</p> $\begin{cases} 8x + 2y \geq 16 \\ x + y \geq 5 \end{cases}, x, y \text{ 爲非負整數}$ $2x + 7y \geq 20$ <p>目標函數: $x + 2y$, 欲求最小值</p> <table border="1" data-bbox="422 750 901 907"> <thead> <tr> <th>頂點</th> <th>(10, 0)</th> <th>(0, 8)</th> <th>(3, 2)</th> <th>(1, 4)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>目標</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$x + 2y$</td> <td>10</td> <td>16</td> <td>7</td> <td>9</td> </tr> </tbody> </table> <p>∴ 甲廠運轉 3 日, 乙廠運轉 2 日時花費最少</p> 	甲廠機器			乙廠機器			A 級紙	B 級紙	C 級紙	A 級紙	B 級紙	C 級紙	8 噸	1 噸	2 噸	2 噸	1 噸	8 噸	一萬元/日			二萬元/日			頂點	(10, 0)	(0, 8)	(3, 2)	(1, 4)	目標					$x + 2y$	10	16	7	9
甲廠機器			乙廠機器																																					
A 級紙	B 級紙	C 級紙	A 級紙	B 級紙	C 級紙																																			
8 噸	1 噸	2 噸	2 噸	1 噸	8 噸																																			
一萬元/日			二萬元/日																																					
頂點	(10, 0)	(0, 8)	(3, 2)	(1, 4)																																				
目標																																								
$x + 2y$	10	16	7	9																																				
<p>104 指考 單選第 1 題</p>	<p>1. 將正方形 $ABCD$ 的每一條邊各自標上 1、2、3 中的某一個數, 使得任兩條相鄰的邊, 都標有恰好差 1 的兩個數。滿足這種條件的標示法總共有多少種?</p> <p>(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10</p>																																							
<p>2.</p> <p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學(下) 講義第 62 頁</p>	<p>高中一年級數學(下) 第二章 第 2 節 主題 2 觀念二 相鄰 範例一</p> <p>範例一 甲、乙、...、庚等七人排成一列, 規定甲、乙要相鄰, 丙、丁要相鄰, 且戊、己、庚也要相鄰, 則排列方式有幾種?</p> <p>答 144 種</p> <p>解 1° 將要相鄰的人視為一體, 把題目轉化為 (甲乙)、(丙丁)、(戊己庚) 三者做排列, 則排列方式有 $3!$ 種</p> <p>2° 再考慮三者內部的排列數 (甲乙) 兩人的排列數為 $2!$; (丙丁) 兩人的排列數為 $2!$; (戊己庚) 三人的排列數為 $3!$ ∴ 七人依規定的排列方式有 $3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3! = 144$ 種</p> <p style="text-align: center;"> $\begin{matrix} \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} & \text{丁} & \text{戊} & \text{己} & \text{庚} \\ \text{乙} & \text{甲} & \text{丁} & \text{丙} & \text{庚} & \text{戊} & \text{己} \end{matrix}$ </p>																																							

	<p>104 指考 多選第 3 題</p>	<p>3. 針對某 50 人的班級調查喝飲料的習慣，發現其中習慣半糖（糖份減半）的有 37 人，而習慣去冰（不加冰塊）的有 28 人。現在若隨機抽問該班一位同學，他喝飲料的習慣是半糖且去冰的機率有可能是下列哪些選項？</p> <p>(1) 0.28 (2) 0.46 (3) 0.56 (4) 0.66 (5) 0.74</p>
<p>3.</p> <p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學(下) 講義第 110、 111 頁</p>		<p>高中一年級數學(下) 第三章 第 2 節 主題 1 觀念二 機率的性質與運算法則</p> <p> 觀念二 機率的性質與運算法則</p> <p>【性質】1. $P(\phi) = 0$：空集合 ϕ 不含任何元素，所以試驗得出的結果必然不屬於 ϕ，故發生機率為 0。 2. $P(S) = 1$：樣本空間 S 包含所有可能的元素，所以試驗得出的結果必然在 S 中，故發生機率為 1。 3. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$：若事件 A、B 滿足 $A \subset B$，則 $P(A) \leq P(B)$，稱為機率的單調性。 4. $0 \leq P(A) \leq 1$：若 $A \subset S$ 為一事件，則事件 A 發生的機率之範圍為 $0 \leq P(A) \leq 1$。</p> <p>【運算法則】1. 樣本空間 S 中有一事件 A，其餘事件為 A'，則 $P(A') = 1 - P(A)$</p> <p>說明 $n(A') = n(S) - n(A)$ $\xrightarrow{+n(S)} \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{n(S) - n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A)$</p> <p>2. 樣本空間 S 中有二事件 A、B，則： (1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$</p> <p>說明 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ $\xrightarrow{+n(S)} \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$ $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$</p> <p>註 1. 若 A、B 兩事件互斥（即兩事件不同時發生，也就是 $n(A \cap B) = 0$） 則 $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = 0$ 即 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$</p> <p>2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq P(A) + P(B)$</p>

$$(2) \overset{\text{變號}}{P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)}$$

說明 $\because A' \cap B' = (A \cup B)'$ (狄莫根律)

$$\therefore n(A' \cap B') = n((A \cup B)')$$

$$\Rightarrow \frac{n(A' \cap B')}{n(S)} = \frac{n((A \cup B)')}{n(S)}$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = P((A \cup B)')$$

故得 $P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$

$$(3) \overset{\text{變號}}{P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)}$$

說明 $\because A' \cup B' = (A \cap B)'$ (狄莫根律)

$$\therefore n(A' \cup B') = n((A \cap B)')$$

$$\Rightarrow \frac{n(A' \cup B')}{n(S)} = \frac{n((A \cap B)')}{n(S)}$$

$$\Rightarrow P(A' \cup B') = P((A \cap B)')$$

故得 $P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B)$

3. 樣本空間 S 中有三事件 A 、 B 、 C ，則

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

<p>104 指考 多選第 4 題</p>	<p>4. 半導體產業的摩爾定律認為「積體電路板可容納的電晶體數目每兩年增加一倍」。用 $f(t)$ 表示從 $t=0$ 開始，電晶體數目隨時間 t 變化的函數，並假設 $f(0)=1000$。下面選項中，請選出可以代表摩爾定律的公式。</p> <p>(1) 若 t 以年為單位，則 $f(t)=1000+\frac{1000}{2}t$</p> <p>(2) 若 t 以月為單位，則 $f(t)=1000+\frac{1000}{24}t$</p> <p>(3) 若 t 以年為單位，則 $f(t)=1000\cdot(\sqrt{2})^t$</p> <p>(4) 若 t 以年為單位，則 $\log f(t)=3+\frac{\log(\frac{3t}{2}+1)}{2}$</p> <p>(5) 若 t 以月為單位，則 $\log f(t)=3+\frac{\log 2}{24}t$</p>
<p>4.</p> <p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學(上) 講義第 149 頁</p> <p>高中一年級 數學(上) 講義第 175 頁</p>	<p>高中一年級數學(上) 第三章 第 3 節 主題 1 觀念二 對數的運算性質 性質 3</p> <p>【性質 3】$\log_a b^t = t \log_a b$ (真數的次方, 可提出作係數)</p> <p>說明 令 $\log_a b = s \Rightarrow a^s = b \Rightarrow b^t = (a^s)^t = a^{st}$ $\Rightarrow \log_a b^t = st \Rightarrow \log_a b^t = t \underbrace{\log_a b}_s$</p> <p>高中一年級數學(上) 第三章 第 5 節 精選類題一</p> <p>類題一</p> <p>細菌數 1 日後增加 a 倍, 已知 3 日後細菌數為 200,000 隻, $4\frac{1}{2}$ 日後為 1,600,000 隻; 請計算</p> <p>(1) a 的值 (2) 5 日後細菌數 (3) $\frac{3}{2}$ 日後 (4) 要達到 80 萬隻所需時間</p> <p>答 (1) $a=3$ (2) 3,200,000 隻 (3) 25000 隻 (4) 4 天</p> <p>分析 (1) 1° 增加 a 倍, 即增加為原有的 $(a+1)$ 倍 例: 原有 2 個, 增加 3 倍 \Rightarrow 增加 6 個 \Rightarrow 增加為 8 個 \Rightarrow 為原有 $\frac{4}{(3+1)}$ 倍</p> <p>2° 設原有細菌 t 隻 $\xrightarrow{1\text{日後}} t(a+1)\text{隻} \xrightarrow{2\text{日後}} t(a+1)^2\text{隻} \xrightarrow{n\text{日後}} t(a+1)^n\text{隻}$</p> <p>(2) 1° 由上題 $a=3$ \Rightarrow 3 日後細菌數: $t(3+1)^3 = 200000$, 得 $t = \boxed{3125}$ \rightarrow 原有的細菌數 \Rightarrow 5 日後細菌數: $t(3+1)^5 = 3125 \cdot (4)^5$</p> <p>2° 3 日後: $t(3+1)^3 = 200000$ (A) 5 日後: $t(3+1)^5 = k$ (B) 不必求出 t, 利用(B)\div(A)消去 t, 可直接求 k</p>

解 (1) 3 日後 $\Rightarrow t(a+1)^3 = 200000 \dots\dots\dots (A)$

$4\frac{1}{2}$ 日後 $\Rightarrow t(a+1)^{\frac{4\frac{1}{2}}{2}} = 1600000 \dots\dots (B)$

$$\Rightarrow \frac{(B)}{(A)} = \frac{1600000}{200000} = \frac{t(a+1)^{\frac{4\frac{1}{2}}{2}}}{t(a+1)^3} = \frac{(a+1)^{\frac{4\frac{1}{2}}{2}}}{(a+1)^3}$$

$$\Rightarrow 8 = (a+1)^{\frac{4\frac{1}{2}}{2}-3} = (a+1)^{\frac{3}{2}} = \sqrt{(a+1)^3}$$

$$\xrightarrow{\text{平方}} 64 = (a+1)^3$$

$$\xrightarrow{\text{開立方}} 4 = a+1 \Rightarrow a = 3$$

(2) 5 日後, $t(3+1)^5 = \underbrace{t(3+1)^3}_{\text{3日後}} \cdot \underbrace{(3+1)^2}_{\text{再2日}} = 200000 \cdot 16 = 3,200,000$

(3) $\frac{3}{2}$ 日後, $t(3+1)^{\frac{3}{2}} = t(3+1)^3 \div (3+1)^{\frac{3}{2}} = 200000 \div 8 = 25,000$

(4) 設 n 日後可達到 80 萬隻

$$\Rightarrow t \cdot \boxed{(3+1)^n} = 800000 = 200000 \cdot (3+1) = \underbrace{t(3+1)^3}_{\text{3日後}} \cdot \underbrace{(3+1)}_{\text{再1日}} = t \cdot \boxed{(3+1)^4}$$

首尾比較

$$\Rightarrow n = 4$$

104 指考
多選第 5 題

5.

5. 下表是兩年前三種零食分別在兩間超市的單價：(單位：元/包)

	超市甲	超市乙
蘇打餅	30	28
薯片	55	50
魷魚絲	70	66

上表以單價矩陣 $\begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$ 表示。如果這兩間超市都以每年 3% 的比例調漲物品的

價格，請問下列哪些選項的計算結果可以代表現在這些零食在這兩間超市的單價矩陣？

(1) $2 \cdot (1.03) \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

(2) $(1.03)^2 \cdot \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 2 \cdot (1.03) & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot (1.03) & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot (1.03) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} 1.03 & 0 & 0 \\ 0 & 1.03 & 0 \\ 0 & 0 & 1.03 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.03 & 0 \\ 0 & 1.03 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \\ (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \\ (1.03)^2 & (1.03)^2 & (1.03)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 & 28 \\ 55 & 50 \\ 70 & 66 \end{bmatrix}$

高中二年級(下)

第三章 綜合練習 三、非選題 第 2 題

名師學院
升大系列高中二年級
數學(下)
講義第 154 頁

2. 某人住家附近有甲、乙兩家超級商店，某人要 (單位：元)

買奶粉 1 罐、雞蛋 2 打、吐司麵包 3 條，
今甲、乙兩家這些物品價格如右，試求：

	奶粉(罐)	蛋(打)	吐司(條)
甲	120	35	12
乙	110	36	13

(1) 全部商品皆在甲店購買時需 _____ 元。

(2) 全部商品皆在乙店買時需 _____ 元。

(3) 全部商品皆在甲、乙兩店挑較便宜的買時需 _____ 元。

2. (1) 226 (2) 221 (3) 216

奶粉 蛋 吐司
甲 $\rightarrow \begin{bmatrix} 120 & 35 & 12 \end{bmatrix}$
乙 $\rightarrow \begin{bmatrix} 110 & 36 & 13 \end{bmatrix}$
較便宜價 $\rightarrow \begin{bmatrix} 110 & 35 & 12 \end{bmatrix}$

購買量為 $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ……奶粉
…………蛋
…………吐司

$$\begin{bmatrix} 120 & 35 & 12 \\ 110 & 36 & 13 \\ 110 & 35 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120+70+36 \\ 110+72+39 \\ 110+70+36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 226 \\ 221 \\ 216 \end{bmatrix}$$

←甲
←乙
←較便宜價

6.	<p>104 指考 多選第 6 題</p>	<p>6. 設 $f(x)$ 為一實係數多項式，且 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)^2$ 的餘式為 $(x-2)^2 + g(x)$，其中 $g(x)$ 為一次多項式。請選出正確的選項。</p> <p>(1) 若知道 $f(1)$ 及 $f(2)$，則可求出 $g(x)$</p> <p>(2) $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式是 $g(2)$</p> <p>(3) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式是 $g(1)$</p> <p>(4) $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ 的餘式是 $g(x)$</p> <p>(5) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式是 $x-2+g(x)$</p>
	<p>名師學院 升大系列</p> <p>高中一年級 數學 (上) 講義第 85 頁</p>	<p>高中一年級數學 (上) 第二章 第 2 節 主題 5 觀念一 餘式定理與綜合除法</p> <p>【定理】若 $f(x)$ 表一多項式，則 $f(x)$ 除以 $x-a$ 的餘式為 $f(a)$。</p> <p>【證明】由除法原理可知，必存在唯一的一組多項式 $Q(x)$ 及 r (因 $x-a$ 的次數是 1，故餘式 $r(x)$ 為一常數多項式，可令 $r(x) = r$)，使得 $f(x) = (x-a) \cdot Q(x) + r$ 將 $x = a$ 代入上式 $\Rightarrow f(a) = (a-a) \cdot Q(x) + r = r$ 故餘式 $r = f(a)$</p> <p>【推論】若 $f(x) = \underbrace{(x-a)}_{\text{被除式}} \cdot \underbrace{Q(x)}_{\text{除式}} + \underbrace{r}_{\text{商式}} = \underbrace{f(a)}_{\text{餘式}}$，則 $\underbrace{\text{餘式}}_{\text{綜合除法}} r = \underbrace{f(a)}_{\text{代入}}$。</p>

104 指考
選填第 A 題

A. 若 a 為整數，且 $y = -7x^2 + ax + \frac{1}{3}$ 的圖形與 x 軸的兩個交點都介於 $x = -1$ 與 $x = 1$ 之間，則滿足這樣條件的 a 有 (8) (9) 個。

高中一年級 (上)
第二章 第 1 節 主題 5 觀念二 二次函數的係數與圖形

範例一

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 圖形如右，判斷下列正負：

- (1) a (2) b (3) c (4) $b^2 - 4ac$ (5) $2a + b$ (6) $9a + 3b + c$
(7) $a - 2b + 4c$ (8) $a + c$

- 答** (1) $a > 0$ (2) $b < 0$ (3) $c < 0$ (4) $b^2 - 4ac > 0$
(5) $2a + b > 0$ (6) $9a + 3b + c > 0$
(7) $a - 2b + 4c < 0$ (8) $a + c < 0$

解 (1) 開口向上 $\Rightarrow a > 0$

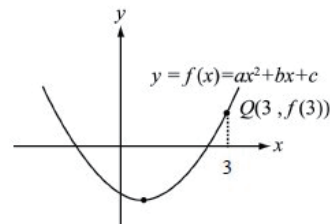
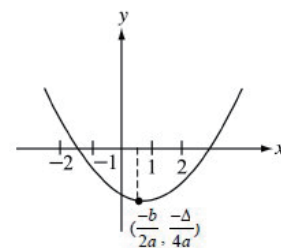
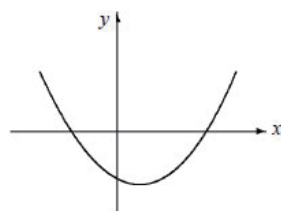
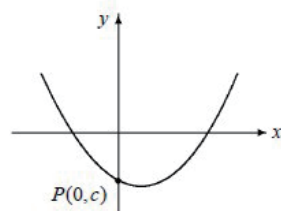
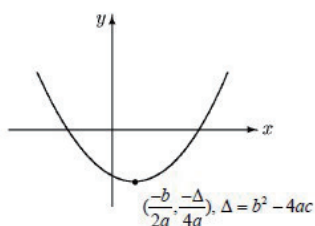
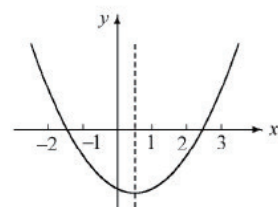
(2) 頂點 $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ 在第四象限
 $\Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} < 0 \quad \because a > 0 \quad \therefore b < 0$

(3) $y = ax^2 + bx + c$ ，令 $x = 0$ 代入 $f(x)$ 得 $y = c$
 \Rightarrow 與 y 軸交點為 $P(0, c)$
由圖知， P 點在 x 軸下方 $\Rightarrow c < 0$

(4) 圖形與 x 軸有兩個交點
 \Rightarrow 判別式 $b^2 - 4ac > 0$

(5) 由圖可知 $\frac{-b}{2a} < 1$
 $\xrightarrow{\text{左右乘 } 2a} -b < 2a \quad (\because 2a > 0)$
 $\Rightarrow 2a + b > 0$

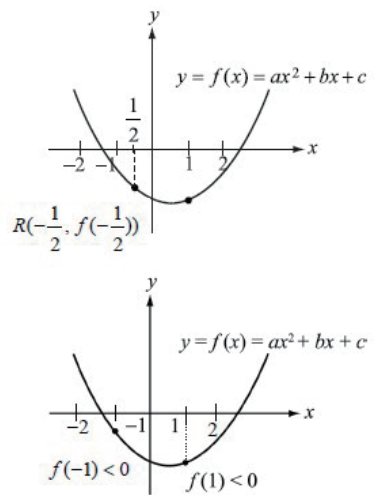

(6) 圖上 $Q \Rightarrow$ 令 $x = 3 \quad \therefore y = f(3)$
 $\Rightarrow Q(3, f(3))$ 在 x 軸上方
 $\Rightarrow f(3) = 9a + 3b + c > 0$



名師學院
升大系列

7.

高中一年級
數學 (上)
講義第 54、
55 頁

	<p>(7) 1° $f(x) = ax^2 + bx + c$ 中, c 的係數=1 $\therefore a - 2b + 4c = 4[a(\frac{1}{4}) - b(\frac{2}{4}) + c]$ $= 4[a(\frac{-1}{2})^2 + b(\frac{-1}{2}) + c] = 4f(-\frac{1}{2})$</p> <p>2° 圖上 R 點在 x 軸下方 $\Rightarrow f(-\frac{1}{2}) < 0$ 故 $a - 2b + 4c = 4f(-\frac{1}{2}) < 0$</p> <p>(8) $f(1) = a + b + c \dots\dots\dots ①$ $f(-1) = a - b + c \dots\dots\dots ②$ $\Rightarrow \frac{+}{2} = \frac{f(1) + f(-1)}{2} = a + c$ 由圖上知 $f(1) < 0$ 且 $f(-1) < 0$ $\Rightarrow a + c < 0$</p> 
<p>104 指考 選填第 B 題</p>	<p>B. 如圖, 長方形 $ABCD$ 中 $\angle CAB = 30^\circ$, $\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC}$, 則 $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = \underline{\textcircled{10}} \underline{\textcircled{11}}$。</p> 
<p>8. 名師學院 升大系列 高中二年級 數學(上) 講義第 154 頁</p>	<p>高中二年級(上) 第三章 第 2 節 主題 1 觀念一 內積的夾角定義</p> <p>【定義】向量 \vec{a} 和 \vec{b} 的內積, 以符號 “$\vec{a} \cdot \vec{b}$” 表示 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta$ <small>念作 \vec{a} dot \vec{b} \vec{a} 和 \vec{b} 夾角的餘弦值</small></p> 