名師學院升大系列數學科（甲）_103 指考命中率比對

一、整體試題分析

今年數學（甲）指考題目較去年靈活，難度也比去年高一些。但命題方向仍舊強調基本觀念的運用，大多數的考題皆屬觀念題，無繁雜的計算。從題型來看，有近三分之二的考題需利用向量、空間、幾何觀念來解題，且試題偏重分析與觀念的運用，只背公式的同學恐難以獲得理想的成績。

今年名師學院的數學教材幫助同學掌握許多指考的觀念與題型，尤其是選填題第 1 題考空間向量，以及非選的的 1 題，名師學院即精準命中相同的考題，而名師學院也有類似選擇第 2 題三角測量的考題。

多選第 9 題考的是餘弦定理，只要熟悉定理的應用就能解出答案；多選第 7 題考二項分配和微分的綜合應用，名師學院的講義已將重點有條有理地整理出來，只要熟讀講義上的觀念並正確地運用，即可輕鬆得分。

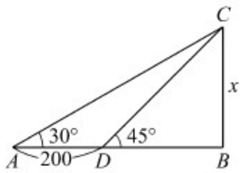
又如多選第 8 題考指數與對數，只要利用指數與對數的性質即可輕鬆解出答案；多選第 6 題則是判斷函數切線斜率與極值，名師學院的講義有很完整的重點整理，只要理解函數的微分特性，就能輕鬆掌握解題的關鍵，多選第 5 題空間向量，只要熟讀講義中的觀念再配合簡單的計算即可得分。

由以上考題的分析可知，名師學院升大系列課程一向強調紮實的基本觀念與靈活運用觀念的學習方向，與指考命題方向一致幾乎是不辯自明。因此，只要同學能夠按部就班地使用名師學院的教材，要考取高分絕對沒問題！

精采的比對結果，請參考以下列表，有更完整的內容呈現哦！

二、試題比對

<table>
<tr><td rowspan="2">1.</td><td>103 指考
單選第 2 題</td><td>2. 在地面某定點測得數公里外高塔塔尖的仰角為 θ_1，朝高塔方向沿直線前進 100 公尺之後，重新測得塔尖仰角為 θ_2，再沿同一直線繼續前進 100 公尺後，測得仰角為 θ_3。請問下列哪一個選項的數值依序成等差數列？
(1)　$\theta_1, \theta_2, \theta_3$
(2)　$\sin\theta_1, \sin\theta_2, \sin\theta_3$
(3)　$\cos\theta_1, \cos\theta_2, \cos\theta_3$
(4)　$\tan\theta_1, \tan\theta_2, \tan\theta_3$
(5)　$\cot\theta_1, \cot\theta_2, \cot\theta_3$</td></tr>
<tr><td>名師學院
升大系列

高中二年級
數學（上）
講義第 50 頁</td><td>高中二年級數學（上）
第一章　第 5 節　主題 3　觀念三　簡易測量－平面型　範例一
由某處測得一鐵塔的仰角爲 30°，走近 200m 後再測得仰角爲 45°，則鐵塔高爲 ________ m。
答 $100(\sqrt{3}+1)$
解 設塔高爲 x，則 $\cot 30° = \dfrac{\overline{AB}}{x} \Rightarrow \overline{AB} = x\cot 30° = \sqrt{3}x$
$\cot 45° = \dfrac{\overline{BD}}{x} \Rightarrow \overline{BD} = x\cot 45° = x$
$\therefore 200 = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \sqrt{3}x - x = (\sqrt{3}-1)x$
故 $x = \dfrac{200}{\sqrt{3}-1} = 100(\sqrt{3}+1)$（m）

</td></tr>
</table>

2.	**103 指考** 多選第 **6** 題	6. 考慮多項式函數 $f(x)=4x^3-11x^2+6x$。請選出正確的選項： (1) 函數 f 的圖形在點 $(1,-1)$ 的切線斜率為正 (2) 函數 f 的圖形與直線 $y=1$ 交於三點 (3) 函數 f 的唯一相對極小值為 $\frac{-9}{4}$ (4) $f(\pi)>0$ (5) $f(\cos\frac{4\pi}{7})>0$
	名師學院 升大系列 高中三年級 數學（下） 講義第 **70** 頁	高中三年級數學（下） 第二章　第 **1** 節　主題 **2**　觀念一　導函數的定義

【定義】已知函數 $f(x)$ 在定義域中可微，又知另一函數為 $g(x)$，將 $f(x)$ 定義域中任一點 $x=a$ 的導數對應到 $g(a)$，即 $f'(a)=g(a)$，則 $g(x)$ 稱為 $f(x)$ 的導函數，記為 $f'(x)$ 或 $\frac{df(x)}{dx}$。導函數的定義為 $f'(x)=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$。

例：1. $f(x)=3x+5 \Rightarrow f'(x)=3$

2. $f(x)=x^2 \Rightarrow f'(x)=2x$

說明 $f'(a)$ 是 $f(x)$ 在定義域中某點 $x=a$ 的導數，而 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 在定義域中每一點 x 所對應的導數函數。

例：若 $f'(x)=3x+1$，欲求 $f'(5)$ 只需將 $x=5$ 代入即可

【整理】導數與導函數的比較：

符　號	$f'(a)$	$f'(x)$
名　稱	導數	導函數
性　質	1. 為一數 2. 代表某定點 $x=a$ 處的切線斜率	1. 為一函數 2. 代表所有點 x 所對應的切線斜率函數
表示法	（型 I）$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ （型 II）$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$	$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

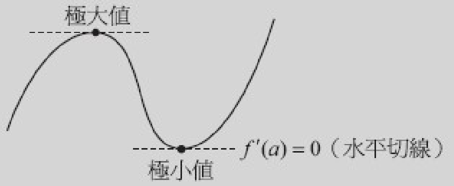
3.	**103 指考** 多選第 7 題	7. 職業棒球季後賽第一輪採五戰三勝制，當參賽甲、乙兩隊中有一隊贏得三場比賽時，就由該隊晉級而賽事結束。每場比賽皆須分出勝負，且每場比賽的勝負皆不受之前已賽結果影響。假設甲隊在任一場贏球的機率為定值 p，以 $f(p)$ 表實際比賽場數的期望值（其中 $0\le p\le 1$），請選出正確的選項： (1) 只須比賽3場就產生晉級球隊的機率為 $p^3+(1-p)^3$ (2) $f(p)$ 是 p 的5次多項式 (3) $f(p)$ 的常數項等於 3 (4) 函數 $f(p)$ 在 $p=\frac{1}{2}$ 時有最大值 (5) $f(\frac{1}{4})<f(\frac{4}{5})$
	名師學院 升大系列 高中三年級 數學（上） 講義第 17 頁	高中三年級數學（上） 第一章　第 2 節　主題 2　觀念一　二項分配（二項分布） 【原理】若進行某種試驗時，每次試驗都具有以下三種特性： 1. 每次試驗只有成功與失敗兩種結果。 2. 成功的機率為 P，失敗的機率為 $1-P$。 3. 每次的試驗都不受前次試驗的影響，也不會影響下一次的試驗。 則試驗 n 次，恰有 k 次成功的機率為 $C_k^nP^k(1-P)^{n-k}$，$k=0, 1, 2, \cdots, n$。 例：實驗 3 次，恰成功 2 次 成・成・敗 $\Rightarrow$ $P\cdot P\cdot(1-P)=P^2(1-P)$ 成・敗・成 $\Rightarrow$ $P\cdot(1-P)\cdot P=P^2(1-P)$ 敗・成・成 $\Rightarrow$ $(1-P)\cdot P\cdot P=P^2(1-P)$ 故機率為 $C_2^3P^2(1-P)$
	高中三年級 數學（上） 講義第 20 頁	高中三年級數學（上） 第一章　第 2 節　主題 2　觀念二　二項分配的期望值 【例說】某一試驗的成功機率為 p，若試驗 n 次，試求成功次數的期望值。 【解析】（法一） 令 x 表示成功的次數，$f(x)$ 表示對應的機率函數 $\Rightarrow f(k)=C_k^np^kq^{n-k}$，其中 $q=1-p$ x: 1, 2, 3, …, n $f(x)$: $C_1^npq^{n-1}$, $C_2^np^2q^{n-2}$, $C_3^np^3q^{n-3}$, …, $C_n^np^n$ $\Rightarrow E(x)=1\cdot C_1^npq^{n-1}+2\cdot C_2^np^2q^{n-2}+3\cdot C_3^np^3q^{n-3}+\cdots+nC_n^np^n$ $=npq^{n-1}+2\cdot\frac{n!}{(n-2)!2!}p^2q^{n-2}+3\cdot\frac{n!}{(n-3)!3!}p^3q^{n-3}+\cdots+np^n$ $=np[q^{n-1}+\frac{(n-1)!}{(n-2)!1!}pq^{n-2}+\frac{(n-1)!}{(n-3)!2!}p^2q^{n-3}+\cdots+p^{n-1}]$ $=np(C_0^{n-1}q^{n-1}+C_1^{n-1}pq^{n-2}+C_2^{n-1}p^2q^{n-3}+\cdots+C_{n-1}^{n-1}p^{n-1})$ $=np(q+p)^{n-1}=np$ $(\because q+p=1)$ （法二） 想像有 n 個獎牌，每次試驗成功時可得一個獎牌，因為試驗的成功率為 p，因此能得到第一個獎牌的機率為 p，能得到第二個獎牌的機率亦為 p，則試驗 n 次可能得到獎牌的數目（即成功次數）為 $\underbrace{1\cdot p+1\cdot p+\cdots+1\cdot p}_{n項}=np$（期望值的疊加性） 獎牌數 1 1 1 … 1 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ 機率 p p p p $\Rightarrow E(個數)=1\cdot p+1\cdot p+\cdots+1\cdot p=np$

<table>
<tr>
<td rowspan="3">4.</td>
<td>高中三年級
數學（上）
講義第 96 頁</td>
<td>

高中三年級數學（下）

第二章　第 2 節　主題 2　觀念一　極值　【原理】

【原理】實數函數 $f(x)$ 在 $x=a$ 處可微分，若 $f(x)$ 在 $x=a$ 有極大或極小值，則 $f'(a)=0$。此即爲費馬定理。



</td>
</tr>
<tr>
<td>103 指考
多選第 8 題</td>
<td>

8. 考慮 x, y, z 的方程組 $\begin{cases} 2^x-3^y+5^z=-1 \\ 2^{x+1}+3^y-5^z=4 \\ 2^{x+1}+3^{y+1}+a5^z=8 \end{cases}$，其中 a 為實數。請選出正確的選項：

(1) 若 (x,y,z) 為此方程組的解，則 $x=0$

(2) 若 (x,y,z) 為此方程組的解，則 $y>0$

(3) 若 (x,y,z) 為此方程組的解，則 $y<z$

(4) 當 $a\neq-3$ 時，恰有一組 (x,y,z) 滿足此方程組

(5) 當 $a=-3$ 時，滿足此方程組的所有解 (x,y,z) 會在一條直線上

</td>
</tr>
<tr>
<td>名師學院
升大系列

高中一年級
數學（上）
講義第 134 頁</td>
<td>

高中一年級數學（上）

第三章　第 1 節　精選類題　類題三

設 $\begin{cases} 2^x+3^y+5^z=7 \\ 2^{x-1}+3^y+5^{z+1}=11 \end{cases}$，求 $p=2^{x+1}+3^y+5^{z-1}$ 之範圍。

答 $\frac{31}{5}<p<11$

解 1° 令 $2^x=a, 3^y=b, 5^z=c$，a、b、$c>0$

$\Rightarrow \begin{cases} a+b+c=7 & \cdots\cdots\cdots ① \\ \frac{a}{2}+b+5c=11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

由②－①可得 $-\frac{a}{2}+4c=4 \Rightarrow c=\frac{1}{8}a+1$

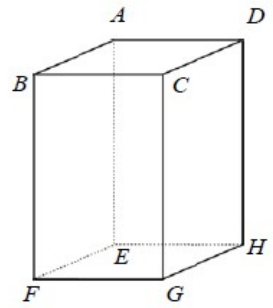
將 $c=\frac{1}{8}a+1$ 代入①可得 $a+b+(\frac{1}{8}a+1)=7 \Rightarrow b=6-\frac{9}{8}a$

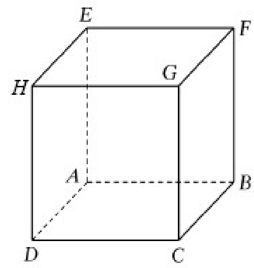
又 $a>0, b>0, c>0$

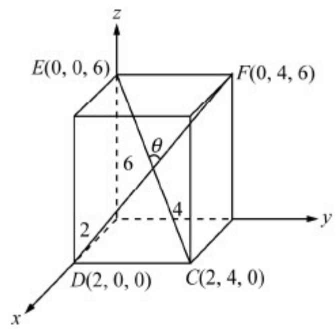
$\therefore b=6-\frac{9}{8}a>0 \Rightarrow a<\frac{8}{9}\times6=\frac{16}{3}$

</td>
</tr>
</table>

5.	**103 指考** **多選第 9 題**	9. 在（凸）四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB}=3$，$\overline{BC}=4$，$\overline{CD}=3$，$\overline{DA}=x$，且對角線 $\overline{AC}=4$。 請選出正確的選項： (1) $\cos\angle ABC \geq \frac{3}{7}$ (2) $\cos\angle BAD > \cos\angle ABC$ (3) x 可能為 1 (4) $x < \frac{13}{2}$ (5) 若 A、B、C、D 四點共圓，則 $x=\frac{7}{4}$
	名師學院 升大系列 高中二年級 數學（上） 講義第 **14** 頁	高中二年級數學（上） 第一章　第 **3** 節　主題 **1**　觀念三　餘弦定理 **觀念三　餘弦定理** 【定理】1. 已知兩邊一夾角(SAS) $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ 2. 已知三邊(SSS) $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$，$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

<table>
<tr>
<td rowspan="2">**6.**</td>
<td>**103 指考**
選填第 **A** 題</td>
<td>A. 如圖，設 $ABCD-EFGH$ 為空間中長、寬、高分別為 2、3、5的長方體。已知 $\overline{AB}=2$、$\overline{AD}=\overline{BC}=3$，且 $\overline{DH}=5$，則內積 $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}$ 之值為 ⑩ 。

</td>
</tr>
<tr>
<td>名師學院
升大系列

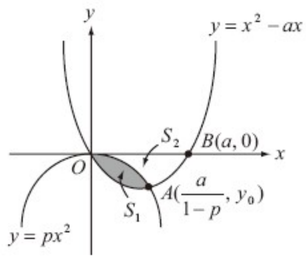
高中二年級
數學（下）
講義第 **26**、**27** 頁</td>
<td>高中二年級數學（下）
第一章　第 **3** 節　精選類題　類題一
$ABCD-EFGH$ 爲長方體，$\overline{AD}=2$、$\overline{AB}=4$、$\overline{AE}=6$，求 $\overleftrightarrow{CE}$ 與 $\overleftrightarrow{DF}$ 的銳夾角正弦值。


答 $\frac{2\sqrt{10}}{7}$
解 將圖形依題意畫在空間坐標上
令 $A(0, 0, 0)$，則 $D(2, 0, 0)$，$B(0, 4, 0)$，$C(2, 4, 0)$，$E(0, 0, 6)$，$F(0, 4, 6)$
$\Rightarrow \overrightarrow{CE}=(0, 0, 6)-(2, 4, 0)=(-2, -4, 6)$
$\overrightarrow{DF}=(0, 4, 6)-(2, 0, 0)=(-2, 4, 6)$
設 $\overleftrightarrow{CE}$ 與 $\overleftrightarrow{DF}$ 的銳夾角爲 θ
$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{DF}}{\lvert\overrightarrow{CE}\rvert\lvert\overrightarrow{DF}\rvert}=\frac{3}{7}$
$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{2\sqrt{10}}{7}$

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2">7.</td>
<td>**102 指考**
非選第 **1** 題</td>
<td>一、在坐標平面上以 Ω 表曲線 $y=x-x^2$ 與直線 $y=0$ 所圍的有界區域。

(1) 試求 Ω 的面積。(3分)

(2) 若直線 $y=cx$ 將 Ω 分成面積相等的兩塊區域，試求 c 之值。(7分)</td>
</tr>
<tr>
<td>名師學院
升大系列

高中三年級
數學（下）
講義第 **132**、**133** 頁</td>
<td>高中三年級數學（下）
第二章　第 **4** 節　主題 **1**　觀念一　面積的計算　範例六
若曲線 $y=x^2-ax$（其中 $a>0$）與 x 軸所圍的面積被曲線 $y=px^2$（其中 $p<0$）二等分，試求 p 之值。
答 $1-\sqrt{2}$
解 1° $\begin{cases} y=x^2-ax \cdots\cdots ① \\ y=px^2 \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$


由②－①可得 $(p-1)x^2+ax=0$
$\Rightarrow x[(p-1)x+a]=0$
$\Rightarrow x=0$ 或 $\dfrac{a}{1-p}$
$x=0 \Rightarrow y=0$
設 $x=\dfrac{a}{1-p}$ 時，$y=y_0$
故兩曲線交點爲 $O(0,0)$ 與 $A(\dfrac{a}{1-p},y_0)$
2° 兩曲線所夾的面積 S_1 爲 $px^2-(x^2-ax)=(p-1)x^2+ax$ 從 0 到 $\dfrac{a}{1-p}$ 的積分
$y=x^2-ax$ 與 x 軸所圍面積爲 $-\int_0^a (x^2-ax)dx$
依題意：$\int_0^{\frac{a}{1-p}}[(p-1)x^2+ax]dx=-\dfrac{1}{2}\int_0^a (x^2-ax)dx$
$\Rightarrow [\dfrac{(p-1)}{3}x^3+\dfrac{ax^2}{2}]\Big|_0^{\frac{a}{1-p}}=-\dfrac{1}{2}[\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{ax^2}{2}]\Big|_0^a$
$\Rightarrow \dfrac{a^3}{6(1-p)^2}=\dfrac{a^3}{12}\Rightarrow (1-p)^2=2$
$\Rightarrow 1-p=\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2} \Rightarrow p=1-\sqrt{2}$ 或 $1+\sqrt{2}$
$\because p<0 \quad \therefore p=1-\sqrt{2}$
$\because p<0 \quad \therefore p=1-\sqrt{2}$</td>
</tr>
</table>