（法二）

已知調整後，平均成績爲 65、標準差爲 15

舉一能符合此條件的例子：

調整後，一半學生的成績比平均高 15 分；一半學生的成績比平均低 15 分

$\Rightarrow$ 調整後，有 50 位學生的成績是 $65+15=80$ 分；另外 50 位學生的成績是 $65-15=50$ 分

$\therefore$ 調整前，有 50 位的成績是 64 分($\sqrt{64}\times 10=80$)；50 位的成績是 25 分($\sqrt{25}\times 10=50$)

故調整前平均成績 $M=\dfrac{64+25}{2}=\dfrac{89}{2}=44.5$（分）

第 7 節　信賴區間與信心水準的解讀

主題 1　常態分布

觀念一　常態分布的原理

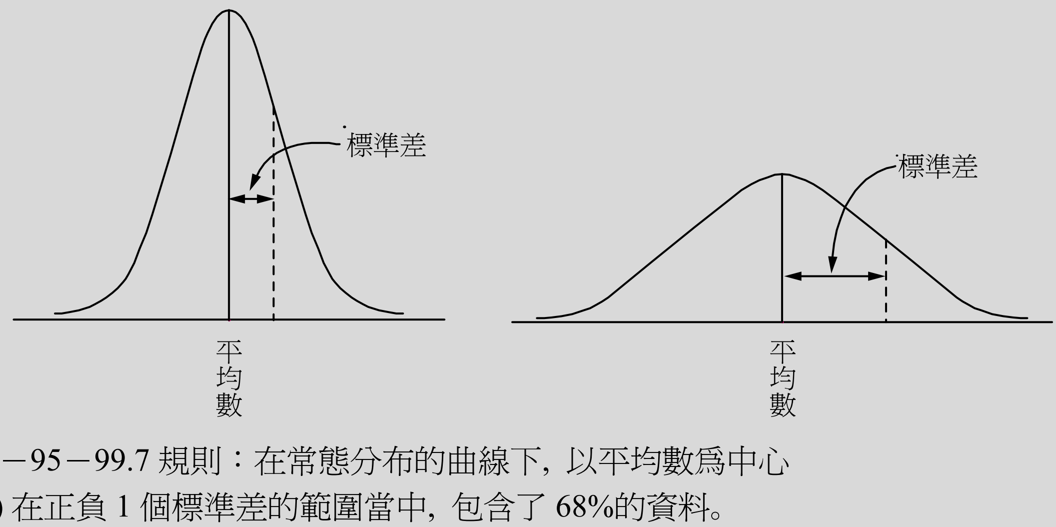
【原理】當一個直方圖的組距很小、統計的個數很多時，此直方圖會形成一個連續分布圖，若統計的樣本數愈大，則連續分布圖會愈趨近常態分布。只要知道資料的「平均數」與「標準差」，則常態分布的曲線就可以確定。

【性質】1. 常態分布的圖形特徵：

(1) 圖形爲左右對稱的鐘形曲線，故常態分布的平均數、中位數與眾數均相等。

(2) 平均數決定圖形的位置，標準差決定圖形的形狀。

(3) 標準差落在圖形反曲點的位置，即圖形凹向下與凹向上的交界。

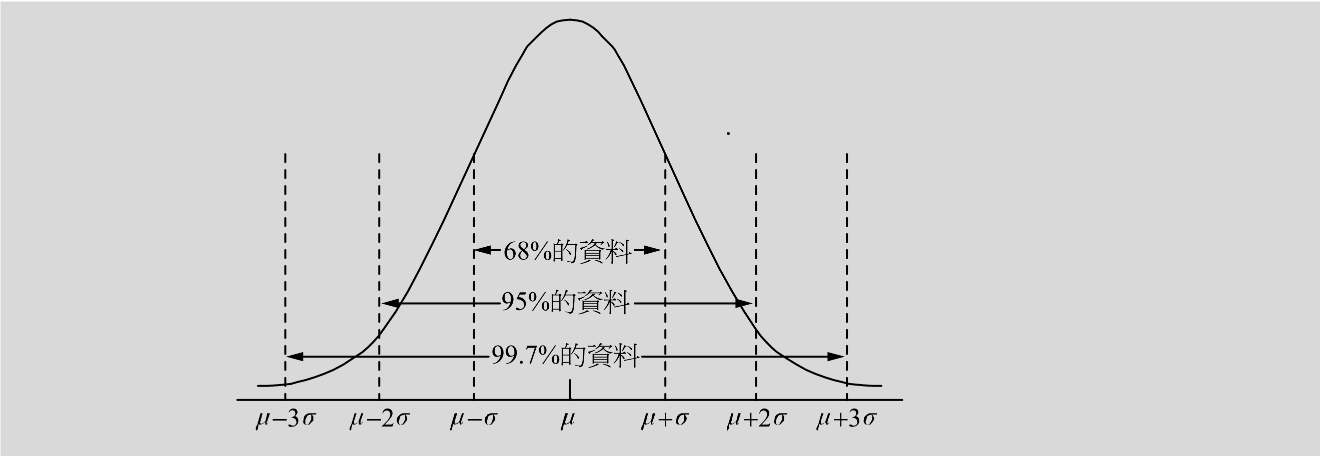


2. 68－95－99.7 規則：在常態分布的曲線下，以平均數爲中心

(1) 在正負 1 個標準差的範圍當中，包含了 68%的資料。

(2) 在正負 2 個標準差的範圍當中，包含了 95%的資料。

(3) 在正負 3 個標準差的範圍當中，包含了 99.7%的資料。



範例一

某國中對全校 1000 名國一新生做智力(*IQ*)測驗，測驗結果的 *IQ* 分數呈現常態分布，其平均數 $\mu=100$，標準差$\sigma=12$，試問：

(1) *IQ* 分數不到 88 分的約有幾人？

(2) *IQ* 分數超過 100 分而未滿 124 分的約有幾人？

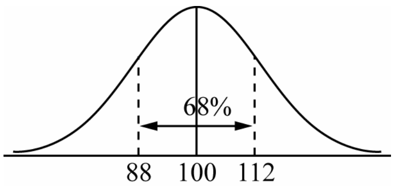
(3) *A* 班 50 名學生中，沒有人的分數超過 136 分，但 *B* 班卻有，你覺得這樣的分班公平嗎？

答 (1) 160 人　(2) 475 人　(3) 不算不公平

解 (1) $\because 88=100-12$，為 $\mu-\sigma$ 的位置

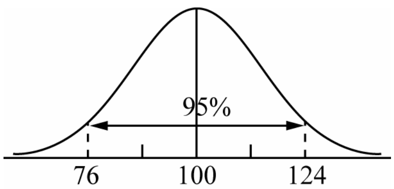
$\therefore$88 分以下的人所占比例為$\frac{1}{2}(1-68\%)=16\%$

故分數不到 88 分的約有$1000\times16\%=160$人



(2) $\because$100～124 分落在 $\mu\sim\mu+2\sigma$，約占$\frac{1}{2}\times95\%=47.5\%$

$\therefore$100～124 分的人約有$1000\times47.5\%=475$ 人



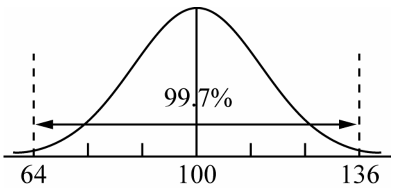
(3) $\because$超過 136 分表示高於 $\mu+3\sigma$，

占全體學生的$\frac{1}{2}(1-99.7\%)=0.15\%$

$\therefore$約有$1000\times0.15\%=1.5$人，即 1 到 2 人

分數超過 136 分的人，只是恰好出現在 *B* 班

故分班不算是不公平



3-7

範例二

有一競爭激烈的入學考試，其考生入學成績恰好為一平均數為 70 分、標準差為 5 分的常態分配，試問：

(1) 若隨機抽取一考生成績，此考生分數恰好在 65 與 80 分之間的機率為何？

(2) 若此項考試預估錄取率為 16%，則你能預估上榜門檻的保險分數嗎？

答 (1) 81.5%　(2) 約 75 分

解 $\mu = 70$，$\sigma = 5$

$\Rightarrow \mu + \sigma = 70 + 5 = 75$，$\mu + 2\sigma = 70 + 10 = 80$

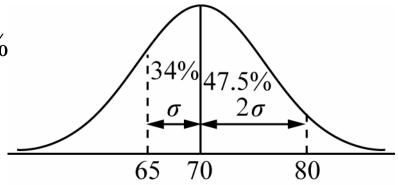
(1) ∵70～80 分落在 $\mu \sim \mu + 2\sigma$，約占總面積的 $\frac{1}{2} \times 95\% = 47.5\%$

65～70 分落在 $\mu - \sigma \sim \mu$，約占總面積的 $\frac{1}{2} \times 68\% = 34\%$

又資料總量與所占面積成正比

∴65～80 分的人約占 $47.5\% + 34\% = 81.5\%$

故任取一人分數落在 65～80 分之間的機率爲 81.5%

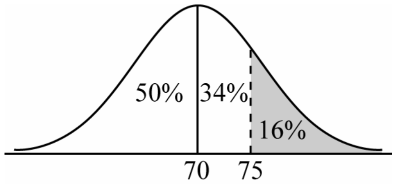


(2) ∵70～75 分落在 $\mu \sim \mu + \sigma$，約占 $\frac{1}{2} \times 68\% = 34\%$

70 分以下的人數約占 50%

∴75 分以上的人數約占 $1 - 34\% - 50\% = 16\%$

故上榜的分數大約落在 75 分



主題 2　信賴區間與信心水準

觀念一　信賴區間與信心水準的定義

【定義】在進行估計的時候，通常會以一個區間來表示估計結果，這樣的區間就稱爲信賴區間，而實際的 p 值會落在信賴區間範圍內的機率，就稱爲信心水準。

【原理】1. 信賴區間的表示方法可分爲以下兩種：

(1) [0.53, 0.72]：表示信賴區間介於 0.53 與 0.72 之間，即取 $0.53 \le p \le 0.72$ 爲可信賴的範圍。

(2) $44\% \pm 3\%$：表示信賴區間介於 0.41 與 0.47 之間，即取 $0.41 \le p \le 0.47$ 爲可信賴的範圍。

2. 「95%的信心水準」所代表的涵義：抽樣所得的信賴區間有 95%的機率會涵蓋真正的 p 值。

範例一

在某次滿意度調查中，成功訪問到 1000 位臺灣地區 20 歲以上的成年民眾，得到滿意度爲 57%，若在 95%的信心水準下，抽樣誤差爲正負 3 個百分點，試問：

(1) 回答滿意的有幾人？　(2) 信賴區間爲何？

答 (1) 570 人　(2) [0.54, 0.6]

解 (1) 在 1000 位受訪者中，有 $1000 \times 57\% = 570$ 人回答滿意

(2) 有 95%的機率，真正的滿意度 p 會介在 $[0.57 - 0.03, 0.57 + 0.03] = [0.54, 0.6]$

即信賴區間爲[0.54, 0.6]